

**Tiempo disponible: 1 h 30 min**

Se valorará el uso del vocabulario y la notación científica. Los errores ortográficos, el desorden, la falta de limpieza en la presentación y la mala redacción, podrán suponer una disminución hasta de un punto en la calificación, salvo casos extremos.

**PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARA A ESTE EJERCICIO** : (véanse las distintas partes del examen)

**Instrucciones:** Se proponen dos opciones **A** y **B**. Hay que elegir una de las opciones y contestar a sus cuestiones. La puntuación está detallada en cada una de las cuestiones o en sus distintas partes. Se permite el uso de calculadoras; pero los resultados, tanto analíticos como gráficos, deberán de estar debidamente justificados

**OPCIÓN A**

**A.1.-** Sea el sistema homogéneo de ecuaciones

$$\begin{cases} x + y - 2z = 0 \\ ax - y + z = 0 \\ x + 2ay - z = 0 \end{cases}$$

- a) (1'5 puntos) Determinar el valor o valores del parámetro **a** para que el sistema tenga soluciones distinta de la nula
- b) (1 punto) Resolver el sistema para el valor o los valores hallados en el apartado anterior

**A.2.-** La recta  $x = \frac{1-y}{3} = \frac{2-z}{2}$  corta a los tres planos coordenados en tres puntos

- a) (0'5 puntos) Determinar las coordenadas de estos puntos
- b) (1 punto) La distancias existentes entre cada par de ellos
- c) (1 punto) Indicar cual es el que se encuentra en medio de los otros dos

**A.3.-** Descomponer el número **e** en dos sumandos positivos de forma que la suma de los logaritmos neperianos de los sumandos sea máxima (1'5 puntos).  
Calcular dicha suma (1 punto)

**A.4.-** (2'5 puntos) Calcular el área encerrada entre las gráficas de la recta  $y = x + 2$  y la parábola  $y = x^2$

## OPCIÓN B

**B.1.** (2 puntos) Determinar una matriz cuadrada  $\mathbf{X}$  que verifique  $AX + XA = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$  siendo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(0'5 puntos) Analizar, posteriormente, si la matriz  $\mathbf{X}$  es invertible, y en el caso de serlo calcular su matriz inversa

**B.2.** Sea  $r$  la recta que pasa por los puntos  $(1, 2, 3)$  y  $(-1, 0, 2)$

a) (1'5 puntos) Determinar las ecuaciones de los planos  $\pi$  y  $\sigma$  que son perpendiculares a la recta  $r$  y que pasan, respectivamente, por los puntos  $(4, -2, -1)$  y  $(2, -1, 3)$ .

b) (1 punto) Calcular la distancia que hay entre ambos planos  $\pi$  y  $\sigma$

**B.3.-** Sea el polinomio  $x^3 + ax^2 + bx + c$

a) (1'5 puntos) Determinar los coeficientes  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  y  $\mathbf{c}$  sabiendo que tiene extremos en  $\mathbf{x} = -1$  y en  $\mathbf{x} = 1$  y que pasa por el origen de coordenadas

b) (1 punto) Estudiar la naturaleza de ambos extremos

**B.4.-** Sea la parábola  $f(x) = x^2 - 6x + 9$

a) (1 punto) Probar que es tangente a uno de los ejes coordenados, indicando a cual

b) (1'5 puntos) Calcular el área encerrada entre la gráfica de la parábola y los dos ejes coordenados